**Bài 1 (fibseq):** Cho dãy n số nguyên a1,a2,...,an. Tìm dãy con không liên tiếp dài nhất của dãy a thoả mãn tính chất: số sau bằng tổng 2 số liền trc nó.

**Ý tưởng:**

\* Ta sử dụng 1 map<int,vector<int> > mp trong đó phần tử i của map là 1 vector các chỉ số j thoả mãn aj=i. Ban đầu, ta duyệt theo thứ tự dãy a, gặp 1 phần tử ai, ta push i vào vector mp[ai]. Khi đó, ta dễ dàng thấy các vector đều được sắp xếp theo thứ tự tăng dần.

\* Gọi f(i,j) là độ dài dãy con dài nhất thoả mãn đề bài bắt đầu bằng 2 phần tử ai, aj (i<j). Do phần tử tiếp theo của dãy con phải là ai+aj, hơn nữa để thoả mãn tính chất dãy con dài nhất, ta sẽ chọn chỉ số k nhỏ nhất >j và ak=ai+aj (bằng phương pháp chặt nhị phân vector mp[ai+aj]. Nếu tìm được k, ta tính f(i,j)=f(j,k)+1. nếu không, ta tính f(i,j)=2.

\* Đáp số của bài toán là max f(i,j) với 0<i<j<n+1.

\* Truy vết: Tại mỗi bước gán f(i,j)=f(j,k)+1, ta lưu vết t(i,j)=k. Sau đó, muốn truy vết từ f(i,j), ta chọn số ai, truy viết tiếp sang f(j,t(i,j)). Quá trình truy vết dừng lại khi f(i,j)=2.

**Chú ý:** trong trường hợp đặc biệt, n=1, hiển nhiên độ dài dãy con dài nhất là 1.

trong trường hợp xấu nhất, giải thuật trên có độ phức tạp là O(n^2logn).

**Bài 2 (subpair):** Cho 2 xâu ký tự s và p. cặp xâu (a,b) được gọi là cặp xâu con của 2 xâu s và p nếu như tôn tại các xâu s1,s2,s3,p1,p2,p3 thoả mãn s=s1+a+s2+b+s3 và p=p1+a+p2+b+p3 (các xâu s1,s2,s3,p1,p2,p3,a,b có thể là xâu rỗng). Yêu cầu: Cho 2 xâu s,p, tòm cặp xâu con của 2 xâu s và p có tổng độ dài 2 xâu là lớn nhất.

**Ý tưởng**

Ký hiệu si là ký tự thứ i của xâu s (các ký tự xâu s là s1,s2,...,sm). pi là ký tự thứ i của xâu p (các ký tự xâu p là p1,p2,...,pn).

\* Gọi f(i,j) là độ dài xâu con chung liên tiếp dài nhất của s và p kết thúc tại si và pj. ta có:

nếu si<>pj. hiển nhiên f(i,j)=0. nếu si=pj, ta có f(i,j)=f(i-1,j-1)+1.

ban đầu, f(0,i)=f(i,0)=0.

\* Gọi g(i,j) là độ dài xâu con chung liên tiếp dài nhất của s và p bắt đầu tại si và pj. cách tính g(i,j) tương tự như f(i,j).

\* Gọi h(i,j) là độ dài xâu con chung liên tiếp dài nhất của s và p bắt đầu tại si’ và pj’ **thoả mãn i’>=i và j’>=j.**

Ta có: h(i,j)=max(h(i+1,j),h(i,j+1),h(i+1,j+1)). Nếu si=pj thì xét thêm h(i,j)=max(h(i,j),g(i,j)).

\* Đáp số của bài toán là max {h(1,1),f(i,j)+g(i+1,j+1) với 0<i<m+1 và 0<j<n+1}

\* Truy vết: Với f(i,j): in ra các ký tự của xâu s từ i-f(i,j)+1 tới i.

Với g(i,j): in ra các ký tự của xâu s từ i tới i+g(i,j)-1.

Với h(i,j): nếu h(i,j)=g(i,j) -> truy vết sang g(i,j). nếu h(i,j)=h(i+1,j), h(i,j+1), h(i+1,j+1) -> truy vết tới ô tương ứng.

**Chú ý:** giải thuật trên có độ phức tạp là O(mn).

**Bài 3 (longdom):** Cho 1 hình chữ nhật gồm m hàng, n cột, tìm số cách lát toàn bộ hình chữ nhật đó bằng các hình:

a. Domino 1\*2 b. Trimino 1\*3

**Ý tưởng:**

a. Ta sẽ lát hình chữ nhật trên theo thứ tự thoả mãn: khi ô hàng x, cột y được lát thì toàn bộ các ô hàng x, cột y’<y **đều phải được lát**.

\* Ký hiệu f(i,s) là số cách lát **kín toàn bộ** i-2 cột đầu và 2 cột thứ i-1 và i có trạng thái là s. Chú ý rằng, theo quy tắc lát gạch nêu trên, ở mỗi hàng, 2 cột i-1 và i có các trạng thái là (0,0),(1,0),(1,1), không thể là (0,1). (0 nghĩa là chưa được lát, 1 nghĩa là đã được lát). Vì vậy, trạng thái s của 2 cột i-1 và i được biểu diễn dưới dạng 1 xâu tam phân gồm m số (số j =0 nếu trạng thái hàng j là (0,0), =1 nếu là (1,0) và =2 nếu là (1,1)).

\* Tại mỗi bước, khi đã tính được f(i,s), ta sẽ cố gắng phủ kín cột i-1 bằng cách đặt thêm các quân domino. Với mỗi cách phủ kín cột i-1, ta thu được i-1 cột đầu được phủ kín và cột i, i+1 có trạng thái mới s’. Do đó ta gán f(i+1,s’)+=f(i,s).

\* Cơ sở quy hoạch động là các f(2,s).

\* Đáp số bài toán là f(n,3^m-1).

**Chú ý:** giải thuật trên có độ phức tạp là O(n3^m).

b. Với trường hợp quân trimino, ta định nghĩa lại f(i,s) trong đó s là trạng thái của 3 cột i-2,i-1,i. chú ý rằng vẫn theo quy tắc về thứ tự lát gạch, thì 3 cột cuối của mỗi hàng có 4 trạng thái là (0,0,0),(1,0,0),(1,1,0),(1,1,1). như vậy s sẽ được lưu dưới dạng một xâu tứ phân gồm m số.

\* Các cách tính quy hoạch động và cơ sở giống như trên. Giải thuật có độ phức tạp là O(n4^m).